

Rentas

Hasta ahora las operaciones financieras que hemos analizado se componían de un capital único (o pocos) tanto en la prestación como en la contraprestación. Sin embargo, hay un gran número de operaciones que se componen de un elevado número de capitales: la constitución de un capital, los planes de jubilación, los préstamos, etc. En todas ellas intervienen muchos capitales y sería difícil y poco práctico moverlos de uno en uno, como lo hemos hecho hasta ahora.

A través de un método matemático que se pueden desplazar un elevado número de capitales con relativa facilidad: las rentas.

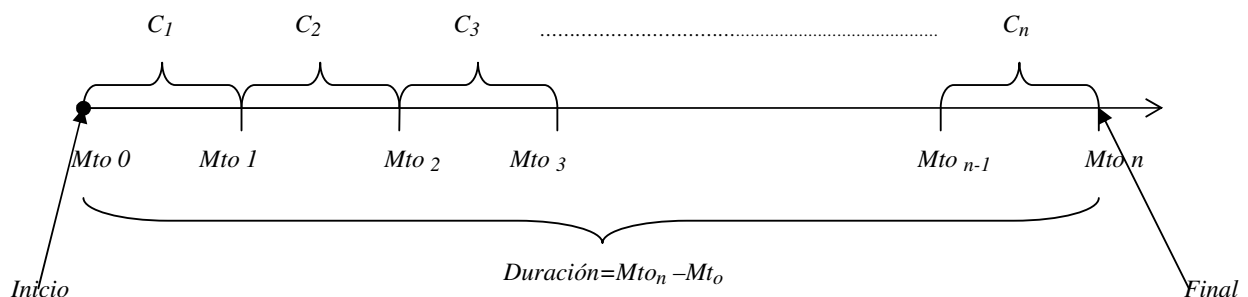
La renta se define como un conjunto de capitales con vencimientos equidistantes de tiempo.

Para que exista renta se tienen que dar los dos siguientes requisitos:

- Existencia de varios capitales (al menos dos)
- Periodicidad constante, entre los capitales, es decir, entre dos capitales consecutivos debe existir siempre el mismo espacio de tiempo (cualquiera que sea)

Elementos

- *Fuente de la renta: es el fenómeno económico que da origen a la renta.*
- *Inicio: momento en el que comienza a devengarse el primer capital.*
- *Final: momento en el que termina de devengarse el último capital.*
- *Duración: tiempo que transcurre desde el origen hasta el final de la renta.*
- *Término: cada uno de los capitales que componen la renta.*
- *Período: intervalo de tiempo entre dos capitales consecutivos.*
- *Tasa de interés: tasa empleada para mover los capitales de la renta.*



El valor financiero de una renta en el momento t (V_t)

Es el resultado de llevar financieramente (capitalizando o descontando) todos los términos de la renta a dicho momento de tiempo t .

- Si $t = 0$ → hablamos del **Valor Actual**, es decir, el resultado de valorar todos los términos de la renta en el momento cero.
- Si $t = n$ → hablamos del **Valor Final**, es decir, el resultado de desplazar todos los términos de la renta al momento n .

Clases de renta

Según la composición del capital

- Constante: cuando todos los capitales son iguales.
- Variable: cuando al menos uno de los capitales es diferente al resto, pudiéndose distinguir:
 - Variables sin seguir una ley matemática, cuando varían aleatoriamente.
 - Variables siguiendo una ley matemática, cuando lo hacen con un orden.
 - En progresión geométrica.
 - En progresión aritmética.

Según la duración en el tiempo

- Temporal: tienen un número finito y conocido de capitales.
- Perpetua: tienen un número infinito o demasiado grande de capitales.

Según el vencimiento del término

- Vencida: los capitales se encuentran al final de cada período de tiempo.
- Adelantada: los capitales se sitúan a principio de cada período.

Según el momento de valoración

- Inmediata: valoramos la renta en su origen o en su final.
- Diferida: cuando se valora la renta en un momento anterior a su origen.
- Anticipada: el valor de la renta se calcula con posterioridad al final.

Según la periodicidad del vencimiento

- Entera: el término de la renta viene expresado en la misma unidad de tiempo que el la tasa, cualquiera que sea la unidad tomada.
- No entera: el término de la tasa
- Fraccionada: el término de la renta se expresa en una unidad de tiempo menor que aquella en la que viene expresada la tasa

Según la el tipo de interés empleado en el cálculo

- Simple: cuando se emplea el interés simple, para desplazar los capitales.
- Compuesta: cuando se emplea la de capitalización compuesta.

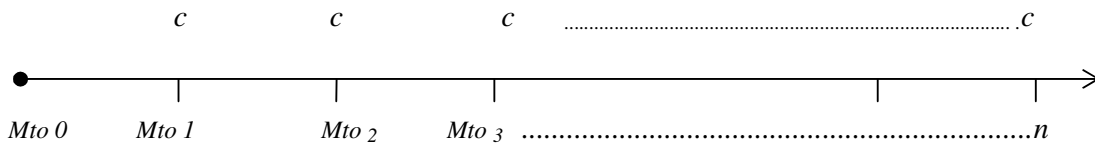
Para el correcto empleo de las fórmulas financieras de las rentas, será necesario clasificar las rentas atendiendo a cada uno de estos criterios y, en función de la combinación que presente habrá que aplicar una u otra, según proceda.

Rentas Temporarias

Las rentas temporarias son aquellas cuyo número de periodos es finito.

Anualidad Vencida

Se paga al final de cada periodo



$$VA = \frac{c}{(1+i)} + \frac{c}{(1+i)^2} + \frac{c}{(1+i)^3} + \frac{c}{(1+i)^4} + \dots + \frac{c}{(1+i)^n} \quad (1)$$

Si multiplicamos (1) por (1+i):

$$VA(1+i) = c + \frac{c}{(1+i)^1} + \frac{c}{(1+i)^2} + \frac{c}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c}{(1+i)^{n-1}} \quad (2)$$

Restamos (2)-(1):

$$VA(1+i) - VA = c + \frac{c}{(1+i)^1} + \frac{c}{(1+i)^2} + \dots + \frac{c}{(1+i)^{n-1}} - \frac{c}{(1+i)} + \frac{c}{(1+i)^2} + \dots + \frac{c}{(1+i)^n}$$

Simplificamos los términos iguales:

$$VA(1+i) - VA = c - \frac{c}{(1+i)^n}$$

Aplicamos propiedad distributiva:

$$VA + VA.i - VA = c - \frac{c}{(1+i)^n}$$

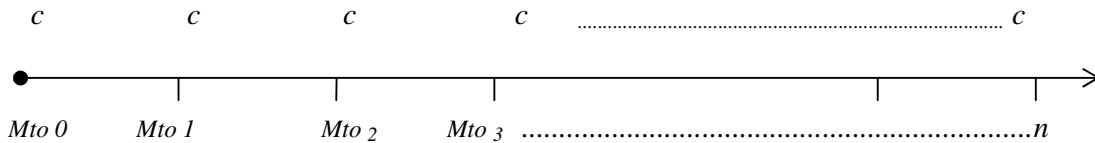
$$VAi = c - \frac{c}{(1+i)^n}$$

Entonces:

$$VA = \frac{c}{i} \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Anualidad Adelantada

Se paga al inicio del periodo



Cuando calculamos el Valor Actual (VA) de una anualidad vencida nos el valor de la anualidad en el momento 0, entonces, cuando la anualidad se paga en forma adelantada hay que tener en cuenta la cuota del momento inicial:

$$VA = \frac{c}{i} \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right] + c$$

Sacando factor común y trabajando matemáticamente

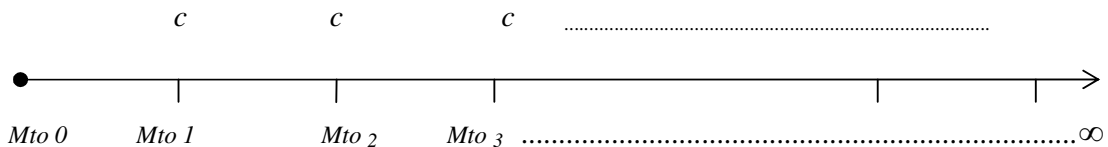
$$VA = \frac{c}{i} (1+i) \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Rentas Perpetuas

Las rentas perpetuas son aquellas cuyo número de periodos es infinito. Por este motivo a este tipo de rentas sólo se le podrá calcular valor actual pero nunca el valor final, y todo ello con independencia de que sea vencida o adelantada, constante o variable, etc.

Perpetuidad Vencida

Se paga al final de cada periodo



$$VA = \frac{c}{(1+i)} + \frac{c}{(1+i)^2} + \frac{c}{(1+i)^3} + \frac{c}{(1+i)^4} + \dots (1)$$

Si multiplicamos (1) por (1+i):

$$VA(1+i) = c + \frac{c}{(1+i)^1} + \frac{c}{(1+i)^2} + \frac{c}{(1+i)^3} + \dots (2)$$

Restamos (2)-(1):

$$VA(1+i) - VA = c + \frac{c}{(1+i)} + \frac{c}{(1+i)^2} + \frac{c}{(1+i)^3} + \dots - \frac{c}{(1+i)} + \frac{c}{(1+i)^2} + \frac{c}{(1+i)^3} + \frac{c}{(1+i)^4} + \dots$$

Simplificamos los términos iguales:

$$VA(1+i) - VA = c$$

Aplicamos propiedad distributiva:

$$VA + VA.i - VA = c$$

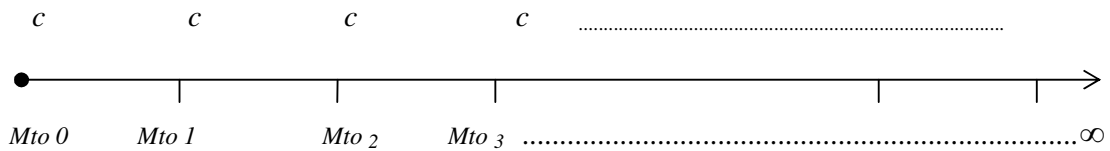
$$VA.i = c$$

Entonces:

$$VA = \frac{c}{i}$$

Perpetuidad Adelantada

Se paga al inicio del periodo



Cuando calculamos el Valor Actual (VA) de una perpetuidad vencida nos el valor de la anualidad en el momento 0, entonces, cuando la perpetuidad se paga en forma adelantada hay que tener en cuenta la cuota del momento inicial:

$$VA = \frac{c}{i} + c$$

Utilizando denominador común:

$$VA = \frac{c + c.i}{i}$$

Sacando factor común:

$$VA = \frac{c}{i} (1+i)$$